

# **Szkoła Doktorska Ekonometria Finansowa Blok 1**

Michał Rubaszek  
Szkoła Główna Handlowa w Warszawie

1

**Stopy zwrotu**

2

## Prosta stopa zwrotu:

$$R_t = \frac{P_t - P_{t-1} + D_t}{P_{t-1}} = \exp(r_t) - 1$$

## Logarytmiczna stopa zwrotu (=stopa o ciągłej kapitalizacji):

$$r_t = \ln(P_t + D_t) - \ln(P_{t-1}) = \ln(1 + R_t)$$

## Stopy proste:

- Łatwiejsze przy liczeniu stóp zwrotu z portfela
- Inwestorzy zainteresowani stopami prostymi

## Stopy logarytmiczne

- Symetria
- Sumowalność
- Wygodne dla modelowania ekonometrycznego

# Model Nelsona-Siegelera

5

## Definicja krzywej dochodowości

**Krzywa dochodowości** (yield curve):

Ilustracja graficzna struktury terminowej stóp procentowych. Opisuje zależność między wysokością oprocentowania dłużnych instrumentów finansowych  $R_\tau$  a terminem ich zapadalności  $\tau$ .

Analiza krzywej dochodowości umożliwia wyznaczenie oczekiwań rynku co do przyszłego poziomu stóp procentowych. Jest to informacja pomocna w:

- Polityce monetarnej
- Zarządzaniu długiem publicznym
- Zarządzaniu finansami przedsiębiorstwa
- Zarządzaniu finansami gospodarstw domowych

Ponadto, kształt krzywej dochodowości okazuje się być dobrym wskaźnikiem wyprzedzającym przyszłej sytuacji makroekonomicznej

6

- Dostępne dane pozwalają uzyskać wartości krzywej dochodowości jedynie dla wybranych wartości parametru  $\tau$ :  $\{R_{\tau_i} : i = 1, 2, \dots, N\}$
- W praktyce potrzebne są wartości  $R_{\tau}$  dla dowolnej wartości  $\tau$
- Wykorzystuje się modele parametryczne postaci:

$$R_{\tau} = f(\beta, \tau),$$

gdzie wartości parametru  $\beta$  szacuje się na podstawie danych  $\{R_{\tau_i} : i = 1, 2, \dots, N\}$

**UWAGA:** Powyższe rozważania są dla danego okresu  $t$ , tak, że stopa procentowa o terminie zapadalności  $\tau$  wynosi  $R_{t,\tau}$ .

7

## Stopa terminowa

Warunek braku arbitrażu wskazuje, że wartość kontraktu terminowego na stopę procentową wynosi:

$$F_{\tau_1, \tau_2} = \frac{\tau_2 R_{\tau_2} - \tau_1 R_{\tau_1}}{\tau_2 - \tau_1},$$

gdzie:

$R_{\tau}$ : stopa kasowa o ciągłej kapitalizacji

$F_{\tau_1, \tau_2}$ : stopę terminowa rozpoczynającą się w okresie  $\tau_1$  i wygasającą w okresie  $\tau_2$

**Przykład:**

Dla  $R_5 = 0.06$  i  $R_3 = 0.05$  wartość stopy terminowej rozpoczynającej się za 3 lata i terminie wygaśnięcia za 5 lat jest równa:

$$F_{3,5} = \frac{5 \times 0.06 - 3 \times 0.05}{5 - 3} = 0.075$$

8

Definicja chwilowej stopy terminowej (instantaneous forward rate):

$$F_{\tau} = \lim_{s \rightarrow \tau^+} F_{\tau, s}$$

Ponieważ  $F_{\tau}$  stanowi krańcowy koszt pozyskania kapitału w okresie  $\tau$ , zaś  $R_{\tau}$  oraz  $F_{\tau_1, \tau_2}$  opisują przeciętny koszt pozyskania kapitału to:

$$R_{\tau} = \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} F_s ds$$

$$F_{\tau_1, \tau_2} = \frac{1}{\tau_2 - \tau_1} \int_{\tau_1}^{\tau_2} F_s ds$$

## Model Nelsona-Siegela

Nelson i Siegel (1987) wskazują, że idealna postaci funkcji  $R_{\tau} = f(\beta, \tau)$  powinna spełniać kryteria:

- 1 Funkcja  $f$  powinna być w stanie odzwierciedlić występujące w praktyce kształty krzywej dochodowości.
- 2 Wartości funkcji  $f$  powinny być dodatnie i ograniczone od góry.
- 3 Funkcja  $f$  powinna mieć granicę w nieskończoności:  $\lim_{\tau \rightarrow \infty} f(\beta, \tau) = \kappa$ , gdzie  $\kappa$  jest pewną stałą.
- 4 Liczba parametrów wchodzących w skład wektora  $\beta$  powinna być jak najmniejsza.

Nelson i Siegel proponują model dla chwilowej stopy terminowej postaci:

$$F_\tau = \beta_0 + \beta_1 \exp(-\tau/\lambda) + \beta_2(\tau/\lambda) \exp(-\tau/\lambda)$$

dla którego wartość stopy kasowej wynosi (tj. całka powyższego wyrażenia):

$$R_\tau = \beta_0 + (\beta_1 + \beta_2) \frac{1 - \exp(-\tau/\lambda)}{\tau/\lambda} - \beta_2 \exp(-\tau/\lambda).$$

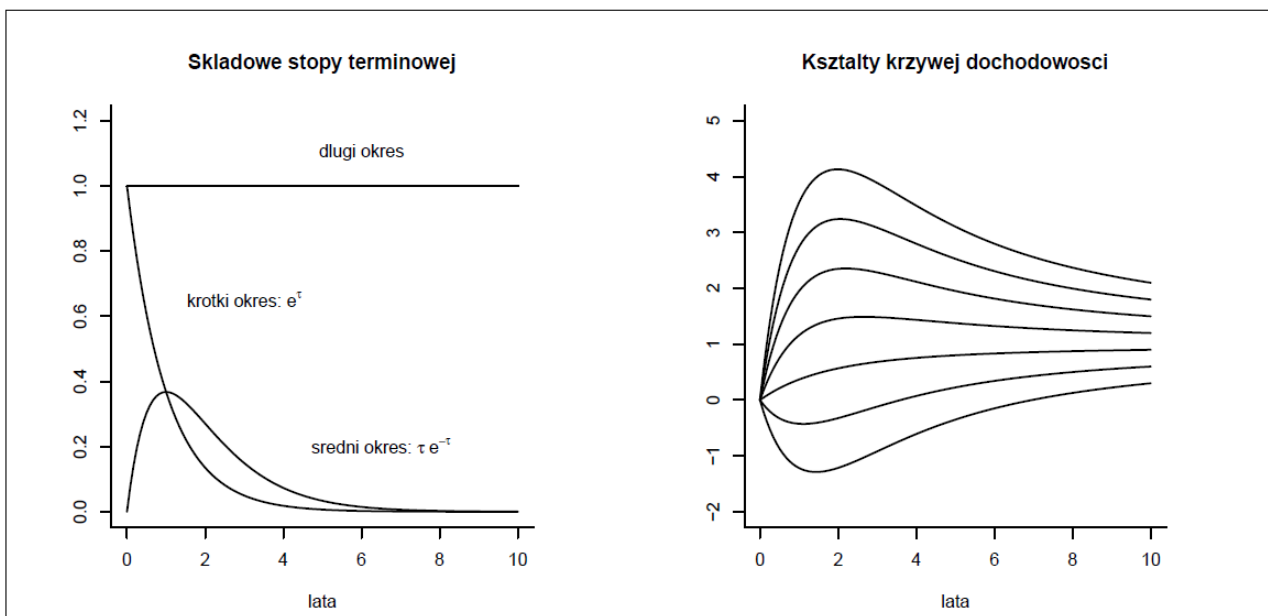
Interpretacja parametrów:

$\beta_0 = \lim_{\tau \rightarrow \infty} R_\tau$ : długookresowy poziom stopy procentowej

$\beta_0 + \beta_1 = \lim_{\tau \rightarrow 0} R_\tau$ : krótkookresowy poziom stopy procentowej

$\beta_2$ : czynnik średniookresowy odpowiadający za kształt krzywej dochodowości

$\tau$ : parametr skalujący, tj.:  $f(\beta, a\lambda, a\tau) = f(\beta, \lambda, \tau)$



Prawy panel przedstawia postać krzywej dochodowości dla  $\beta_0 + \beta_1 = 0$ ,  $\beta_0 = 1$ ,  $\tau = 1$  oraz różnych wartości  $\beta_2$  z przedziału  $[-6, 12]$

- Svensson (1994) zaproponował rozszerzenie modelu Nelsona-Siegela poprzez dodanie kolejnego składnika opisującego średniookresową zmienność stopy terminowej.
- Specyfikacja modelu dla chwilowej stopy terminowej:

$$F_{\tau} = \beta_0 + \beta_1 \exp(-\tau/\lambda_1) + \beta_2(\tau/\lambda_1) \exp(-\tau/\lambda_1) + \beta_3(\tau/\lambda_2) \exp(-\tau/\lambda_2).$$

- Specyfikacja modelu dla stopy kasowej:

$$R_{\tau} = \beta_0 + \beta_1 \left( \frac{1 - \exp(-\tau/\lambda_1)}{\tau/\lambda_1} \right) + \beta_2 \left( \frac{1 - \exp(-\tau/\lambda_1)}{\tau/\lambda_1} - \exp(-\tau/\lambda_1) \right) + \beta_3 \left( \frac{1 - \exp(-\tau/\lambda_2)}{\tau/\lambda_2} - \exp(-\tau/\lambda_2) \right).$$

- Tak jak w modelu NS wartości graniczne wynoszą  $\lim_{\tau \rightarrow \infty} R_{\tau} = \beta_0$  oraz  $\lim_{\tau \rightarrow 0} R_{\tau} = \beta_0 + \beta_1$

## Kontrakt FRA

### Kontrakt terminowy na stopę procentową (forward rate agreement, FRA):

Umowę zawartą w okresie  $t$ , w ramach której strony ustalają wysokość stopy procentowej obowiązującej między okresami  $t + \tau_1$  i  $t + \tau_2$ , gdzie  $\tau_2 > \tau_1 > 0$ . Momenty  $t$ ,  $t + \tau_1$  oraz  $t + \tau_2$  określają odpowiednio daty zawarcia transakcji, rozpoczęcia okresu odsetkowego oraz zakończenia okresu odsetkowego.

### Przykład:

Na rynku polskim kontrakt FRA 3x6 określa umowę na poziom WIBOR 3M o momencie rozpoczęcia okresu odsetkowego za 3 miesiące od momentu zawarcia transakcji.

### Oprocentowanie kontraktu FRA (warunek arbitrażu):

$$F_{t, \tau_1, \tau_2} = \frac{\tau_2 R_{t, \tau_2} - \tau_1 R_{t, \tau_1}}{\tau_2 - \tau_1}.$$

- **Teoria racjonalnych oczekiwań** wskazuje, że oprocentowanie kontraktów FRA odzwierciedla oczekiwania uczestników rynku co do przyszłego poziomu stopy procentowej:

$$E_t(R_{t+\tau_1, \tau_2 - \tau_1}) = F_{t, \tau_1, \tau_2},$$

- Krzywa dochodowości może być wykorzystana do wyznaczenia prognozy dla przyszłych wartości stopy procentowej (zgodnie z powyższym wzorem)
- **UWAGA: teoria płynności** wskazuje na występowanie premii za ryzyko terminowe, co implikuje, że:

$$F_{t, \tau_1, \tau_2} > E_t(R_{t+\tau_1, \tau_2 - \tau_1}).$$

## Zadania

**Zadanie 1.** Dana jest następująca postać chwilowej terminowej stopy procentowej:

$$F_\tau = 3 + 0,5\tau + 0,3\tau^2,$$

gdzie  $\tau$  jest wyrażone w latach.

- Oblicz wartość rocznej oraz dwuletniej stopy kasowej ( $R_1$  oraz  $R_2$ )
- Wyznacz oprocentowanie kontraktu terminowego rozpoczynającego się za rok i o terminie wygaśnięcia za dwa lata ( $F_{1,2}$ )
- Jak będzie wartość depozytu o początkowej wartości 500 PLN po upływie dwóch lat.

**Zadanie 2.** Na podstawie obserwacji dla struktury terminowej stóp procentowych oszacowano parametry modelu Nelsona-Siegela i uzyskano wyniki:  $\beta_0 = 5, \beta_1 = 2, \beta_2 = 0$  oraz  $\tau = 1$ , gdzie  $\tau$  jest wyrażone w latach.

- Jaka jest wartość oraz interpretacja wyrażen  $\lim_{\tau \rightarrow 0} R_\tau$  oraz  $\lim_{\tau \rightarrow \infty} R_\tau$ , gdzie  $R_\tau$  jest stopą kasową o terminie zapadalności w okresie  $\tau$ .
- Oblicz wartość rocznej oraz dwuletniej stopy kasowej ( $R_1$  oraz  $R_2$ )
- Oblicz oraz zinterpretuj wartość chwilowej terminowej stopy procentowej dla momentów  $\tau = 1$  oraz  $\tau = 2$  ( $F_1$  oraz  $F_2$ )



## Modele ARMA / VAR

17

### Średnia ruchoma

Proces **średniej ruchomej** (moving average)  $MA(Q)$  stanowi **średnią ważoną** procesu białego szumu z bieżącego oraz  $Q$  poprzednich okresów:

$$y_t = \alpha_0 + \epsilon_t + \theta_1 \epsilon_{t-1} + \dots + \theta_Q \epsilon_{t-Q}, \quad \epsilon_t \sim WN(0, \sigma_\epsilon^2)$$

Inny zapis procesu  $MA(Q)$  z wykorzystaniem operatora opóźnień:

$$y_t = \alpha_0 + \theta(L)\epsilon_t$$

gdzie  $\theta(L) = 1 + \theta_1 L + \dots + \theta_Q L^Q$  jest wielomianem  $Q$ -tego stopnia.

18

Dla **procesu autoregresyjnego** (autoregression)  $AR(P)$  bieżąca wartość zmiennej  $y_t$  zależy od jej  $P$  przeszłych realizacji  $\{y_{t-p} : p = 1, 2, \dots, P\}$ :

$$y_t = \alpha_0 + \alpha_1 y_{t-1} + \dots + \alpha_P y_{t-P} + \epsilon_t, \quad \epsilon_t \sim WN(0, \sigma_\epsilon^2)$$

Lub w zapisie z operatorem opóźnień:

$$\alpha(L)y_t = \alpha_0 + \epsilon_t,$$

gdzie  $\alpha(L) = (1 - \alpha_1 L - \dots - \alpha_P L^P)$  jest wielomianem  $P$ -tego stopnia.

## Proces ARMA

Połączeniem modelu  $AR(P)$  oraz modelu  $MA(Q)$  jest **autoregresyjny model średniej ruchomej**  $ARMA(P, Q)$  postaci:

$$\alpha(L)y_t = \alpha_0 + \theta(L)\epsilon_t, \quad \epsilon_t \sim WN(0, \sigma_\epsilon^2)$$

gdzie  $\alpha(L) = 1 - \alpha_1 L - \dots - \alpha_P L^P$  oraz  $\theta(L) = 1 + \theta_1 L + \dots + \theta_Q L^Q$

Proces ARMA jest **stacjonarny** jeżeli pierwiastki równania  $\alpha(z) = 0$  leżą poza kołem jednostkowym.

Jeżeli  $y_t$  jest procesem niestacjonarnym zintegrowanym w stopniu  $D$ , stosuje się proces  $ARIMA(P, D, Q)$  postaci:

$$\alpha(L)(1 - L)^D y_t = \alpha_0 + \theta(L)\epsilon_t.$$

Niech dany będzie proces ARMA( $P, Q$ ), dla którego znamy  $y_t$  oraz  $e_t$  dla  $t \leq T$ .

Prognoza punktowa jest liczona w sposób rekurencyjny:

$$\begin{aligned}
 E(y_{T+1}) &= \alpha_0 + \alpha_1 y_T + \dots + \alpha_P y_{T+1-P} + \theta_1 e_T + \dots + \theta_Q e_{T+1-Q} \\
 E(y_{T+2}) &= \alpha_0 + \alpha_1 E(y_{T+1}) + \dots + \alpha_P y_{T+2-P} + \theta_2 e_T + \dots + \theta_Q e_{T+2-Q} \\
 E(y_{T+3}) &= \alpha_0 + \alpha_1 E(y_{T+2}) + \dots + \alpha_P y_{T+3-P} + \theta_3 e_T + \dots + \theta_Q e_{T+3-Q} \\
 &\vdots \\
 E(y_{T+k}) &= \alpha_0 + \alpha_1 E(y_{T+k-1}) + \dots + \alpha_P E(y_{T+k-P}) \text{ dla } k > P \text{ i } k > Q
 \end{aligned}$$

## Model VAR

Model VAR jest postaci dla wektora  $y_t = [y_{1t}, y_{2t}, \dots, y_{nt}]'$ :

$$y_t = A_0 + A_1 y_{t-1} + A_2 y_{t-2} + \dots + A_p y_{t-p} + \epsilon_t, \epsilon_t \sim N(0, \Sigma)$$

lub szybciej:

$$(I - A_1 L - \dots - A_p L^p) y_t = A(L) y_t = A_0 + \epsilon_t$$

Dla modelu VAR( $P$ ):

$$y_t = A_0 + A_1 y_{t-1} + \dots + A_P y_{t-P} + \epsilon_t.$$

Prognoza punktowa:

$$\begin{aligned} y_{T+1}^f &= E(y_{T+1}) = A_0 + A_1 y_T + \dots + A_P y_{T+1-P} \\ y_{T+2}^f &= A_0 + A_1 y_{T+1}^f + \dots + A_P y_{T+2-P} \\ y_{T+3}^f &= A_0 + A_1 y_{T+2}^f + \dots + A_P y_{T+3-P} \\ &\dots \\ y_{T+k}^f &= A_0 + A_1 y_{T+k-1}^f + \dots + A_P y_{T+k-P}^f \text{ dla } k > P \end{aligned}$$

## Model BVAR: Litterman prior

- Zapis modelu VAR:

$$y_t = [A_0 \quad A_1 \quad \dots \quad A_P] [1 \quad y'_{t-1} \quad \dots \quad y'_{t-P}]' + \epsilon_t = Ax_t + \epsilon_t$$

- Rozkład a-priori dla elementów macierzy  $A_p$ :

$$\begin{aligned} a_{ij}^{(p)} &\sim N(\underline{a}_{ij}^{(p)}, (\underline{\sigma}_{ij}^{(p)})^2) \\ \underline{a}_{ij}^{(p)} &= \begin{cases} 1 & \text{dla } i = j, p = 1 \\ 0 & \text{dla pozostałych} \end{cases} \\ \underline{\sigma}_{ij}^{(p)} &= \lambda_1 \times p^{-\lambda_3} \times \sigma_i / \sigma_j \\ \underline{\sigma}_i^{(0)} &= \lambda_4 \times \sigma_i \end{aligned}$$

- Oznaczenia:

- $\lambda_1$ : Overall tightness
- $\lambda_3$ : Lag decay
- $\lambda_4$ : constant tightness
- $\sigma_i$ : Wariancja reszt modelu AR( $P$ ) dla zmiennej  $y_{it}$

- Zapis dla  $i$ -tego równania (każde równanie jest szacowane oddzielnie)

$$y_{it} = a_i' x_t + \epsilon_{it}$$

- Oszacowanie MNW:

$$\hat{a}_i = (X'X)^{-1}X'y, \quad \sigma_{\epsilon_i}^2 = 1/T \sum e_t^2$$

- Rozkład a-priori:

$$a_i \sim N(\underline{a}_i, \underline{\Sigma}_i)$$

- Rozkład a-posteriori:

$$a_i|y \sim N(\bar{a}_i, \bar{\Sigma}_i),$$

gdzie:

$$\bar{\Sigma}_i = (\underline{\Sigma}_i + \sigma_{\epsilon_i}^{-2} X'X)^{-1}$$

$$\bar{a}_i = \bar{\Sigma}_i (\underline{\Sigma}_i^{-1} \underline{a}_i + \sigma_{\epsilon_i}^{-2} X'y)$$

## Ewaluacja prognozy ex-post

*The ultimate goal of a positive science is to develop a theory or hypothesis that yields valid and meaningful predictions about phenomena not yet observed. Theory is judged by its predictive power.*

*A hypothesis can't be tested by its assumptions. What is important is specifying the conditions under which the hypothesis works. What matters is its predictive power.*

Milton Friedman, 1953. *The Methodology of Positive Economics*.  
in *Essays in Positive Economics*: University of Chicago Press.

27

## Czym jest prognoza ekonometryczna?

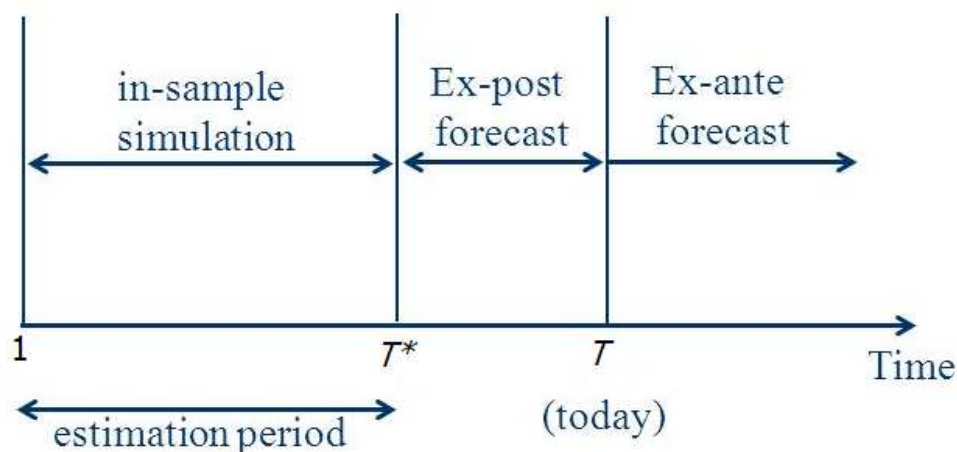
### Definicja prognozy ekonometrycznej

Wnioskowanie statystyczne na temat obserwacji  $y_\tau$  na podstawie modelu ekonometrycznego oszacowanego na podstawie danych z okresu  $i = 1, 2, \dots, N$ , gdzie  $\tau \notin \{1, 2, \dots, N\}$ .

Innymi słowy, jest to analiza dotycząca wartości zmiennej  $y$  poza próbą na podstawie której został oszacowany model.

28

- **Prognoza ex-ante:** jest prawdziwym wnioskowaniem poza próbą  
*Dotyczy obserwacji, dla których **nie znamy realizacji***
- **Prognoza ex-post:** ma na celu sprawdzenie jakości modelu  
*Dotyczy obserwacji, dla których **znamy realizację***



## Prognozowanie - wprowadzenie

### Rodzaje prognoz

- Ilościowa / oparta o model statystyczny
- Jakościowa / oparta o wiedzę ekspercką
- Mieszana / wykorzystująca wiedzę ekspertów oraz modele statystyczne

### Ogólna charakterystyka prognoz:

- Prognozowanie opiera się na założeniu, że zależności w próbie są prawdziwe poza próbą.  
*Zastanów się, czy nie wystąpiły zmiany strukturalne*
- Prognozy są zawsze błędne  
*Jednak niektóre metody / modele mogą dostarczać trafniejszych prognoz niż inne*  
**George Box:** *All models are wrong, but some are useful*
- Prognozy szeregów czasowych są zwykle dokładniejsze dla krótszych horyzontów prognozy  
*Nie należy porównywać prognoz dla różnych horyzontów*

## Błąd prognozy ex-ante

$$e_t^P = y_t - y_t^P$$

Źródła błędu prognozy ex-ante dla modelu  $y_t = \mathbf{x}_t' \boldsymbol{\beta} + \varepsilon_t$ :

1. Błąd losowy:  $\varepsilon_t \neq 0$
2. Błąd estymacji:  $\hat{\boldsymbol{\beta}} \neq \boldsymbol{\beta}$
3. Błąd zmiennych egzogenicznych:  $\mathbf{x}_t^P \neq \mathbf{x}_t$
4. Błąd specyfikacji modelu
5. Zmiana strukturalna w okresie prognozy

- Jeśli znamy prawdziwy model (optymalna prognoza), nie możemy uniknąć błędu (1)
- Dla modelu jednowymiarowego możemy obliczyć błędy (1) i (2)
- W przypadku modeli wielowymiarowych możemy również obliczyć błąd (3)
- Błędy (4) i (5) można zminimalizować, jeśli poświęcimy czas na zbudowanie dobrego modelu.

31

## Błąd prognozy a rozmiar modelu

Zmieniając specyfikację modelu wpływamy na błędy estymacji i specyfikacji, czyli tzw.: **variance / bias trade-off**:

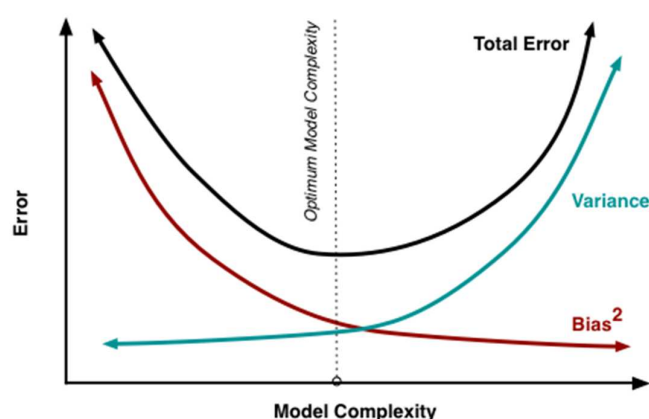
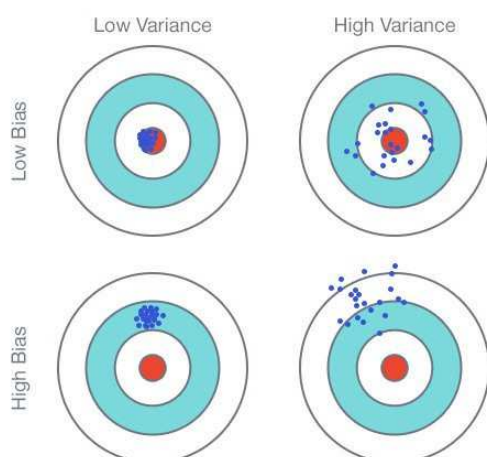
### Duże / skomplikowane modele

- Wiele parametrów → wysoki błąd estymacji (high variance)
- Wiele zmiennych objaśniających → dobra specyfikacja (low bias)

### Małe / proste modele

- Niewiele parametrów → niski błąd estymacji (low variance)
- Niewiele zmiennych objaśniających → potencjalny błąd specyfikacji (high bias)

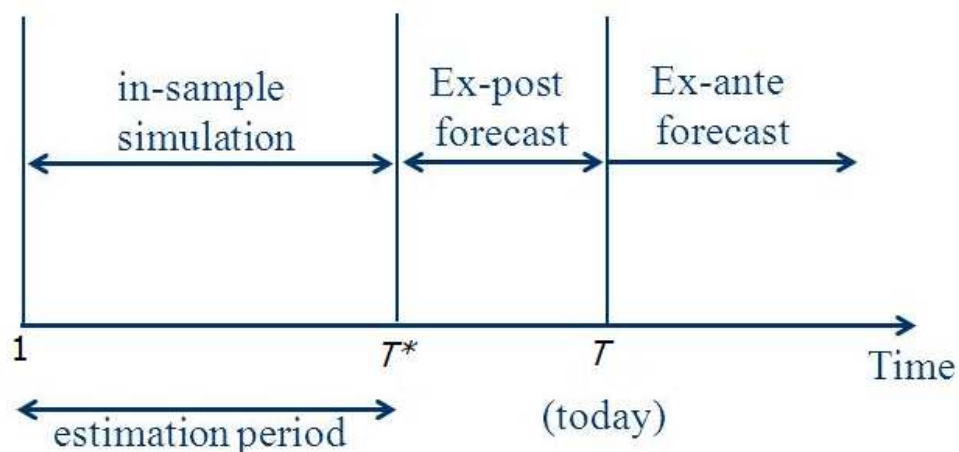
Który efekt dominuje? Nie wiemy i musimy to sprawdzić



32

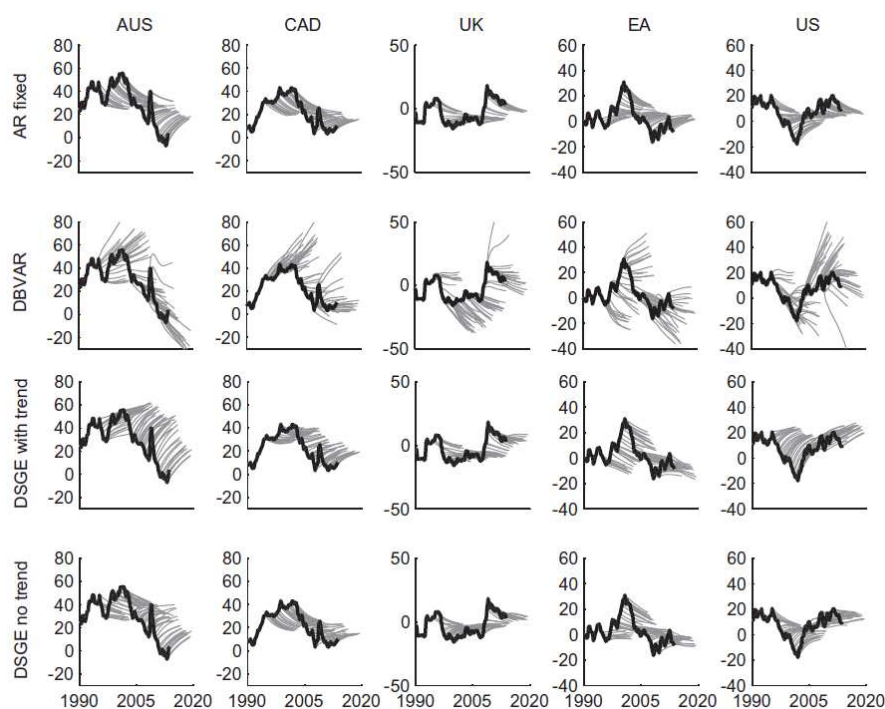


- **Prognoza ex-ante:** jest prawdziwym wnioskowaniem poza próbą  
*Dotyczy obserwacji, dla których nie znamy realizacji*
- **Prognoza ex-post:** ma na celu sprawdzenie jakości modelu  
*Dotyczy obserwacji, dla których znamy realizację*

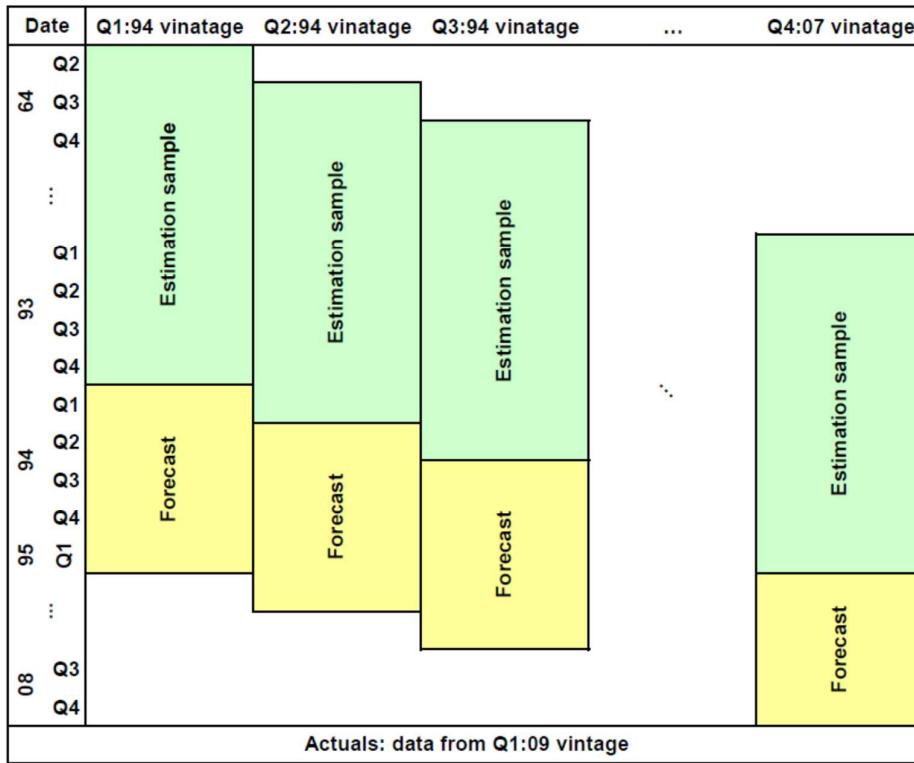


## Prognoza ex-post dla szeregów czasowych: ilustracja

Fig. 3. Sequential real exchange rate forecasts.



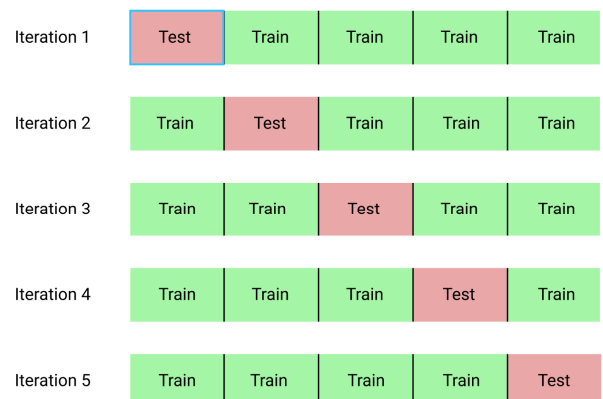
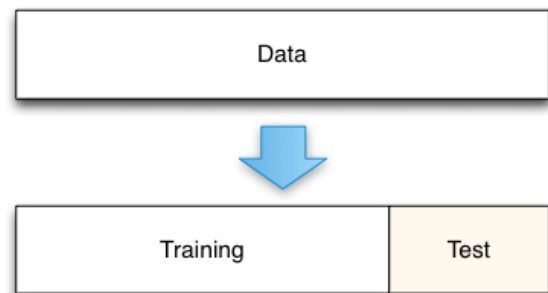
Źródło: Ca' Zorzi M. & Kolasa M. & Rubaszek M., 2017. Exchange rate forecasting with DSGE models, *Journal of International Economics*



Source: Rubaszek and Skrzypczyński (2008, IJF)

## Prognoza ex-post: dane przekrojowe

- Dla modeli opartych o dane przekrojowe podział próby na obserwacje wykorzystywane do estymacji parametrów (training sample) oraz weryfikacji własności prognostycznych (testing sample) jest arbitralny
- Z tego powodu często stosowana jest walidacja krzyżowa (*k*-fold cross validation). W tym podejściu estymujemy model *k* razy, gdzie każda obserwacja jest *k* – 1 razy wykorzystywana do estymacji modelu, zaś jednokrotnie przy weryfikacji prognoz



**Mean forecasts error for horizon  $h$ :**  $MFE_h = \frac{1}{T_h} \sum_{t=T_1+1}^{T-h} (y_{t+h} - y_{t,h}^f)$

**Root mean squared forecast error:**  $RMSFE_h = \sqrt{\frac{1}{T_h} \sum_{t=T_1+1}^{T-h} (y_{t+h} - y_{t,h}^f)^2}$

where  $T_h = T - T_1 - h + 1$

## Diebold-Mariano test for equal forecast accuracy:

Forecast errors from two competing models  $e_{1t,h} = y_{t+h} - y_{1t,h}^f$  and  $e_{2t,h} = y_{t+h} - y_{2t,h}^f$

The quadratic loss differential  $d_{t,h} = e_{1t,h}^2 - e_{2t,h}^2$

The null of equal forecast accuracy (RMSFE)  $H_0: E(d_{t,h}) = 0$

Test statistic:  $DM = \frac{\bar{d}_{t,h}}{\sqrt{S/T_h}} \sim N(0,1)$

where  $S = \sum_{i=-(h-1)}^{h-1} \hat{\gamma}(i)$  is the "long-term" variance

# Prognoza ex-post: ilustracja

MEAN FORECAST ERRORS (MFEs) OF UNCONDITIONAL FORECASTS

$h$	DSGE	SPF	DSGE-VAR( $\hat{\lambda}$ )				DSGE-VAR( $\infty$ ) $p = 16$
			$p = 2$	$p = 4$	$p = 6$	$p = 8$	
Output growth (real GDP, QoQ SAAR)							
0	-0.57**	0.38	-0.98***	-0.98***	-0.86***	-0.79***	-0.54*
1	-0.24	0.17	-1.01***	-0.98***	-0.87**	-0.70**	-0.39
2	-0.03	0.12	-1.05***	-0.94**	-0.74*	-0.55	-0.31
3	0.11	0.02	-1.07***	-0.86**	-0.66*	-0.45	-0.28
4	0.07	-0.19	-1.18***	-0.88**	-0.72*	-0.51	-0.37

ROOT MEAN SQUARED FORECAST ERRORS (RMSFEs) OF UNCONDITIONAL FORECASTS

$h$	DSGE	SPF	DSGE-VAR( $\hat{\lambda}$ )				DSGE-VAR( $\infty$ ) $p = 16$
			$p = 2$	$p = 4$	$p = 6$	$p = 8$	
Output growth (real GDP, QoQ SAAR)							
0	1.95	0.98	1.10	1.17**	1.15	1.16	1.04
1	1.99	1.07	1.18	1.23**	1.23*	1.23*	1.10
2	1.83	1.21**	1.23*	1.29**	1.26*	1.25*	1.13*
3	1.89	1.19**	1.23**	1.23**	1.21*	1.19*	1.14**
4	2.10	1.16**	1.21**	1.16**	1.17*	1.18*	1.13**

Source: Kolasa, Rubaszek, Skrzypczyński (2012, JMBC)

## Efficiency / unbiasedness test

A relatively good forecast accuracy does not imply that they are satisfactory in the absolute sense! Absolute performance include ME and efficiency/unbiasedness test. For regression:

$$y_{t+h} = \alpha_0 + \alpha_1 y_{t,h}^f + \epsilon_{t,h}$$

we test whether  $\alpha_0 = 0$  and  $\alpha_1 = 1$ .

[ the alternative specification is  $e_{t,h} = \alpha_0 + \alpha_1 y_{t,h}^f + \epsilon_{t,h}$  in which we test  $\alpha_0 = 0$  and  $\alpha_1 = 0$  ]

### EFFICIENCY TEST FOR UNCONDITIONAL FORECASTS

h	DSGE				SPF				DSGE-VAR4			
	$\hat{\alpha}_0$ ( $S_{\hat{\alpha}_0}$ )	$\hat{\alpha}_1$ ( $S_{\hat{\alpha}_1}$ )	$R^2$	$\chi^2$ prob	$\hat{\alpha}_0$ ( $S_{\hat{\alpha}_0}$ )	$\hat{\alpha}_1$ ( $S_{\hat{\alpha}_1}$ )	$R^2$	$\chi^2$ prob	$\hat{\alpha}_0$ ( $S_{\hat{\alpha}_0}$ )	$\hat{\alpha}_1$ ( $S_{\hat{\alpha}_1}$ )	$R^2$	$\chi^2$ prob
Output growth (real GDP, QoQ SAAR)												
0	0.59 (0.88)	0.68 (0.21)	0.17	10.3 0.01	1.09 (0.61)	0.74 (0.19)	0.15	3.29 0.19	1.49 (0.94)	0.39 (0.19)	0.05	39.9 0.00
2	0.52 (0.77)	0.82 (0.27)	0.17	0.47 0.79	5.03 (1.17)	-0.73 (0.42)	0.05	18.6 0.00	2.73 (1.31)	0.06 (0.31)	0.00	20.0 0.00
4	0.12 (1.14)	0.98 (0.43)	0.11	0.06 0.97	5.04 (1.55)	-0.78 (0.49)	0.05	15.2 0.00	2.94 (2.62)	-0.05 (0.67)	0.00	13.2 0.00

Source: Kolasa, Rubaszek, Skrzypczynski (2012, JMBC)