

Ekonometria Stosowana Zaawansowana
Termin oddania: 5 grudnia, 2025, 20.00

Informacje ogólne: rozwiązania zadań powinno zostać przesłane elektronicznie (drogą mailową z adresu uczelnianego) i powinno zawierać dwa pliki: pdf z rozwiązaniem oraz plik do (lub inny kod) pozwalający zreplikować obliczenia. Proszę o mail z tytułem *[SGH] Zaawansowana Ekonometria Stosowana. Praca domowa 1..*

Zadanie 1. Funkcja produkcji. Rozważ następujące funkcje produkcji:

$$\mathcal{PF}_1 : Y = \alpha_0 + \alpha_1 K + \alpha_2 L + \varepsilon, \quad (1)$$

oraz

$$\mathcal{PF}_2 : \ln Y = \beta_0 + \beta_1 \ln K + \beta_2 \ln L + \eta, \quad (2)$$

gdzie Y to produkt, K to kapitał, L to praca, ε i η to składniki losowe.

- (i) Przedyskutuj kluczowe różnice w ekonomicznych założeniach między $\mathcal{PF}_1$ oraz $\mathcal{PF}_2$.
- (ii) Jakich wartości parametrów $\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2$ oraz β_0 można się spodziewać. Wyjaśnij.
- (iii) Zinterpretuj ekonomicznie ε i η .
- (iv) Wykorzystując zbiór `chilean.dta` i korzystając jedynie z obserwacji dla 2004 roku oszacuj parametry obu funkcji produkcji. Zinterpretuj uzyskane oszacowania.
- (v) Czy oszacowania są statystycznie istotne? Odpowiedź uzasadnij na podstawie odpowiedniego testu.
- (vi) Czy zmienne objaśniające są współliniowe?
- (vii) Zinterpretuj R^2 dla obu rozważanych regresji. Czy miernik ten może zostać wykorzystany do porównania oszacowań obu tych regresji?
- (viii) Rozszerz analizę z poprzedniego punktu i spróbuj odpowiedzieć na pytanie do jakiego stopnia zróżnicowanie w produkcji można tłumaczyć zróżnicowaniem pracy, a do jakiego zróżnicowaniem w kapitale.
- (ix) Przetestuj normalność składnika losowego w obu regresjach. Czy w tym przypadku konieczne jest aby założenie to było spełnione.
- (x) Przeprowadź test RESET dla obu regresji i zinterpretuj wynik.
- (xi) Wyjaśnij w jaki sposób można testować stałe przychody względem skali w obu funkcjach produkcji. A następnie przetestuj czy założenie o stałych korzyściach względem skali jest uzasadnione.
- (xii) Rozważ teraz następującą funkcję produkcji:

$$\mathcal{PF}_3 : \ln \left(\frac{Y}{L} \right) = \gamma_0 + \gamma_1 \ln \left(\frac{K}{L} \right) + \xi, \quad (3)$$

gdzie ξ to składnik losowy. Pokaż analityczną zależność między parametrami γ_0, γ_1 a β_0, β_1 . Jeżeli to konieczne przyjmij restrykcję na parametry.

- (xiii) Oszacuj parametry (3) i zinterpretuj uzyskane oszacowania. Czy te oszacowania różnią się od poprzednich oszacowań, w tym (2).
- (xiv) Przeprowadź testy diagnostyczne jak wyżej. Sprawdź normalność rozkładu składnika losowego czy poprawność postaci funkcyjnej. Czy te wyniki znacząco się różnią od poprzednich?
- (xv) Rozważ teraz kolejną funkcję produkcji:

$$\mathcal{PF}_4 : \ln Y = \delta_0 + \delta_1 \ln K + \delta_2 \ln L + \delta_3 \ln^2 K + \delta_4 \ln^2 L + \delta_5 \ln K \ln L + \epsilon, \quad (4)$$

i wyjaśnij jaką przewagę ta postać funkcyjna może potencjalnie nad poprzednimi specyfikacjami.

- (xvi) Czy uwzględnienie dodatkowych nieliniowości można uznać za zasadne? Uzasadnij na podstawie oszacowań (4) i odpowiednich testów statystycznych.
- (xvii) Przeprowadź testy diagnostyczne jak wyżej. Sprawdź normalność rozkładu składnika losowego czy poprawność postaci funkcyjnej. Odpowiedz raz jeszcze czy te wyniki znacząco się różnią od poprzednich?
- (xviii) Oblicz i zilustruj (np. względem zmiennych objaśniających) elastyczność produktu na zmiany pracy i kapitału dla (1), (2) oraz (4). Zinterpretuj uzyskane wyniki.

- (xix) Zilustruj i przetestuj formalnie problem heteroskedastyczności składnika losowego. Spróbuj zinterpretować ekonomicznie naturę heteroskedastyczności składnika losowego.
- (xx) Wykorzystując ważoną metodę najmniejszych kwadratów, która uwzględnia heteroskedastyczność składnika losowego, oszacuj raz jeszcze parametry wszystkich wcześniej rozważanych produkcji funkcji. Na podstawie tych oszacowań przetestuj raz jeszcze hipotezę o stałych korzyściach względem skali i porównaj te wyniki z poprzednimi oszacowaniami.
- (xxi) Wracając do ekonomicznej interpretacji składnika losowego przeprowadź dyskusję nad egzogenicznością zmiennych objaśniających.

Zadanie 2. Instytucje a rozwój gospodarczy. Acemoglu, Johnson i Robinson (2001) badają wpływ instytucji na poziom rozwoju gospodarczego. Przeczytaj dokładnie ten artykuł a następnie rozważ następującą zależność

$$\ln gdp = \beta_0 + \beta_1 aveexpr + \varepsilon \quad (5)$$

gdzie gdp to PKB per capita skorygowany o PPP w 1995 r., $aveexpr$ to średnie zabezpieczenie przed ryzykiem wywłaszczenia (*average protection against expropriation risk*) a ε to składnik losowy.

- (i) Jakiego znaku parametru β_1 można się spodziewać. Uzasadnij odpowiedź.
- (ii) Zbiór danych AcemogluEtAl2001 zawiera dane wykorzystane przez Acemoglu, Johnson i Robinson (2001). Wykorzystując ten zbiór danych oszacuj metodą najmniejszych kwadratów parametry równania (5) oraz zinterpretuj uzyskane oszacowanie β_1 .
- (iii) Przedyskutuj wiarygodność oszacowania β_1 . Dlaczego zmienna $aveexpr$ może być endogeniczna?
- (iv) Przedyskutuj dlaczego śmiertelność osadników może być odpowiednią zmienną instrumentalną, a więc mocną i egzogeniczną, dla endogenicznej zmiennej $aveexpr$.
- (v) Przetestuj czy śmiertelność osadników jest mocnym instrumentem.
- (vi) Oszacuj parametry (5) metodą zmiennych instrumentalnych, wykorzystując śmiertelność osadników ($logem4$) jako instrument dla $aveexpr$. Porównaj wyniki. Przeprowadź test Hausmana i zinterpretuj jego wynik.
- (vii) Rozważ kolejną zmienną instrumentalną, którą jest osadnictwo europejskie w 1900 r., oznaczane jako $euro1900$. Przedyskutuj ta zmienna może być odpowiednią zmienną instrumentalną, a więc mocną i egzogeniczną, dla endogenicznej zmiennej $aveexpr$.
- (viii) Wykorzystując obie zmienne instrumentalne oszacuj parametry (5). Przedyskutuj różnice w oszacowaniach. Przetestuj czy instrumenty są mocne. Przeprowadź test Hausmana i zinterpretuj jego wynik.
- (ix) Przeprowadź test Sargana nadmiarowych restrykcji i zinterpretuj jego wynik
- (x) Rozszerz podstawową specyfikację (5) o bezwzględną szerokość geograficzną (lat_abst)

$$\ln gdp = \beta_0 + \beta_1 aveexpr + \beta_2 lat_abst + \varepsilon \quad (6)$$

Jakiego znaku parametru β_2 można oczekiwać i dlaczego?

- (xi) Oszacuj parametry (6) wykorzystując metodę najmniejszych kwadratów. Zinterpretuj oszacowania.
- (xii) Przedyskutuj egzogeniczność zmiennej lat_abst .
- (xiii) Oszacuj parametry (6) metodą zmiennych instrumentalnych, wykorzystując obie wcześniej wykorzystane zmienne jako instrumenty dla $aveexpr$. Zinterpretuj oszacowania a następnie porównaj je z wynikami uzyskanymi wcześniej. Przeprowadź standardowe testy dla oszacowań uzyskanych metodą zmiennych instrumentalnych, tj. na moc instrumentów, Hausmana oraz nadmiarowych restrykcji, oraz zinterpretuj ich wyniki.
- (xiv) Zaktualizuj dostępną bazę danych. Znajdź bardziej aktualne dane o PKB (per capita, skorygowane o PPP) oraz zmienną aproksymującą jakość instytucji dla możliwie dużej liczby krajów, które są dostępne w pliku AcemogluEtAl2001. Przedyskutuj wybór tej drugiej zmiennej oraz potencjalne różnice ze zmienną wykorzystaną w pomiarze instytucji w poprzednich punktach, tj. $aveexpr$. Opisz źródła danych. Połącz uzyskane dane z dostępnymi danymi. Zreplikuj rozważane w tym zadaniu regresje, a więc (5) oraz (6), stosując metodę najmniejszych kwadratów oraz metodą zmiennych instrumentalnych z rozważanymi wcześniej dwoma zmiennymi instrumentalnymi. Przeprowadź standardowe testy dla oszacowań uzyskanych metodą zmiennych instrumentalnych. Porównaj wyniki uzyskane w tym punkcie z wcześniejszymi wynikami.

LITERATURA

ACEMOGLU D., S. JOHNSON, J. A. ROBINSON (2001): "The Colonial Origins of Comparative Development: An Empirical Investigation," *American Economic Review*, 91(5), 1369–1401.